

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」＜準備問題①＞

組 番 名前

① 次の計算をなさい。

(1) $(-3a) \times 6$

(2) $4x \times 3y$

(3) $(-4x^2) \times (-2xy)$

(4) $(-4a)^2$

(5) $-3(-4m + 7n - 1)$

② 次の計算をなさい。

(1) $18a \div 3$

(2) $30a \div (-5a)$

(3) $20ab \div 4a$

(4) $24x^3 \div (-6x)$

(5) $(24x - 4y + 8) \div (-4)$

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」 <準備問題①・解答>

1

(1) $-18a$

(2) $12xy$

(3) $8x^3y$

(4) $16a^2$

(5) $12m - 21n + 3$

2

(1) $6a$

(2) -6

(3) $5b$

(4) $-4x^2$

(5) $-6x + y - 2$

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」＜準備問題②＞

組 番 名前

□ 次の計算をなさい。

(1) $a(2b - c)$

(2) $(3a - 4b) \times 5c$

(3) $5x(4x - 2)$

(4) $\frac{1}{4}a(4a - 12b - 8c)$

(5) $(12x^2 - 6x + 3) \times \left(-\frac{2}{3}x\right)$

□ 次の計算をなさい。

(1) $(7a^2 - 3a) \div a$

(2) $(12x^2 - 18x) \div 6x$

(3) $(20ax - 15ay) \div 5a$

(4) $(a^2 - 2ab + a) \div a$

(5) $(9a^2 + 6ab) \div \frac{3}{5}a$

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」 <準備問題②・解答>

1

(1) $2ab - ac$ (2) $15ac - 20bc$ (3) $20x^2 - 10x$

(4) $a^2 - 3ab - 2ac$ (5) $-8x^3 + 4x^2 - 2x$

2

(1) $7a - 3$ (2) $2x - 3$ (3) $4x - 3y$ (4) $a - 2b + 1$

(5) $15a + 10b$

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」＜基本問題＞

組 番 名前

1 次の式を展開しなさい。

(1) $(x + 5)(y + 3)$

(2) $(-2x + 3)(x - 1)$

(3) $(x + 2)(x + y - 2)$

2 次の式を展開しなさい。

(1) $(x + 4)(x + 6)$

(2) $(x + 6)(x - 8)$

(3) $(x - 2)(x - 5)$

(4) $(x + 7)^2$

(5) $(x - 0.5)^2$

(6) $(x + 1.1)(x - 1.1)$

(7) $(-x + 3)(-x - 3)$

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」＜基本問題・解答＞

1

(1) $x^2y + 3xy + 5y + 15$

(2) $-2x^2 + 5x - 3$

(3) $x^2 + xy + 2y - 4$

2

(1) $x^2 + 10x + 24$

(2) $x^2 - 2x - 48$

(3) $x^2 - 7x + 10$

(4) $x^2 + 14x + 49$

(5) $x^2 - x + 0.25$

(6) $x^2 - 121$

(7) $x^2 - 9$

【解説】

(1)～(3) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ を利用する。

(4)～(5) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を利用する。

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を利用する。

(6)～(7) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を利用する。

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」＜応用問題①＞

組 番 名前

□ 次の計算をなさい。

(1) $(3x - 5)(3x - 2)$

(2) $(3a - 5b)^2$

(3) $(4x - 7y)(4x + 7y)$

(4) $(a - b + 3)(a - b - 8)$

(5) $(a + b - 6)^2$

(6) $-4a(6 - 2a) + 5a(a + 3)$

(7) $(x - 6)(x + 6) - (x - 3)^2$

(8) $8(x + 2)^2 - 2(3x - 2)^2$

□ 工夫して、次の計算をなさい。どのように工夫したかわかるように、途中の計算も書きなさい。

【思・判・表】

(1) 302^2

(2) 53×47

数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」＜応用問題①・解答＞

- 1 (1) $9x^2 - 21x + 10$ (2) $9a^2 - 30ab + 25b^2$
 (3) $16x^2 - 49y^2$ (4) $a^2 - 2ab + b^2 - 5a + 5b - 24$
 (5) $a^2 + 2ab + b^2 - 12a - 12b + 36$
 (6) $13a^2 - 9a$ (7) $6x - 45$
 (8) $-10x^2 + 56x + 24$

【解説】

- (1) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ を利用する。
 $(3x-5)(3x-2) = (3x)^2 + \{(-5) + (-2)\} \times 3x + (-5) \times (-2)$
 $= 9x^2 - 21x + 10$
- (2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を利用する。
 $(3a-5b)^2 = (3a)^2 - 2 \times 5b \times 3a + (5b)^2$
 $= 9a^2 - 30ab + 25b^2$
- (3) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を利用する。
 $(4x-7y)(4x+7y) = (4x)^2 - (7y)^2$
 $= 16x^2 - 49y^2$
- (4) $a-b=M$ とおくと
 $(a-b+3)(a-b-8) = (M+3)(M-8)$
 $= M^2 - 5M - 24$
 $= (a-b)^2 - 5(a-b) - 24$
 $= a^2 - 2ab + b^2 - 5a + 5b - 24$
- (5) $a+b=M$ とおくと
 $(a+b-6)^2 = (M-6)^2$
 $= M^2 - 12M + 36$
 $= (a+b)^2 - 12(a+b) + 36$
 $= a^2 + 2ab + b^2 - 12a - 12b + 36$
- (6) $-4a(6-2a) + 5a(a+3) = -24a + 8a^2 + 5a^2 + 15a$
 $= 13a^2 - 9a$
- (7) $(x-6)(x+6) - (x-3)^2 = (x^2 - 36) - (x^2 - 6x + 9)$
 $= x^2 - 36 - x^2 + 6x - 9$
 $= 6x - 45$
- (8) $8(x+2)^2 - 2(3x-2)^2$
 $= 8(x^2 + 4x + 4) - 2\{(3x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + 2^2\}$
 $= 8x^2 + 32x + 32 - 2(9x^2 - 12x + 4)$
 $= 8x^2 + 32x + 32 - 18x^2 + 24x - 8$
 $= -10x^2 + 56x + 24$

2

- | | |
|--|---|
| <p>(1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を利用して</p> $302^2 = (300+2)^2$ $= 300^2 + 2 \times 300 \times 2 + 2^2$ $= 90000 + 1200 + 4$ $= 91204$ | <p>(2) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を利用して</p> $53 \times 47 = (50+3)(50-3)$ $= 50^2 - 3^2$ $= 2500 - 9$ $= 2491$ |
|--|---|

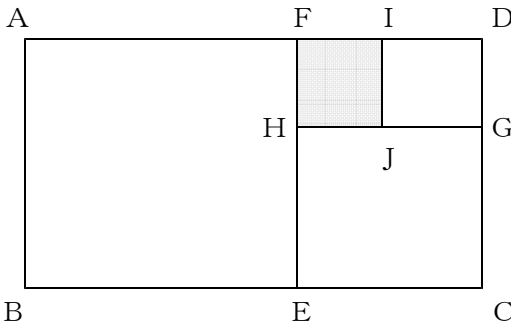
- ①
 右のような「かけ算九九の表」があります。この表の中から

12	15
16	20

 のように4つの数の組を取り出すとき、どの組み合わせでも
 $(\text{左上の数}) \times (\text{右下の数}) = (\text{右上の数}) \times (\text{左下の数})$
 になることを証明しなさい。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

- ②
 下の図で、四角形 $ABCD$ は、 $AB = a \text{ cm}$ 、 $BC = b \text{ cm}$ ($a < b$) の長方形です。この長方形の内側に、 AB を1辺とする正方形 $ABEF$ をつくり、次に EC を1辺とする正方形 $ECGH$ をつくります。さらに、 GD を1辺とする正方形 $IJDG$ をつくります。このとき、四角形 $FHIJ$ の面積を a 、 b を使った式で表しなさい。



数学3 1章 式の展開と因数分解「多項式の乗法」＜応用問題②・解答＞

1 4つの数の組の，左上の数に注目する。

かけられる数(たての数)を m ，かける数(横の数)を n とすると，左上の数は mn と表せる。

左下の数は $(m+1)n$

右上の数は $m(n+1)$

右下の数は $(m+1)(n+1)$ と表せるので，

mn	$m(n+1)$
$(m+1)n$	$(m+1)(n+1)$

$$\begin{aligned} (\text{左上の数}) \times (\text{右下の数}) &= mn \times (m+1)(n+1) \\ &= mn(m+1)(n+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{右上の数}) \times (\text{左下の数}) &= m(n+1) \times (m+1)n \\ &= mn(m+1)(n+1) \end{aligned}$$

よって， $(\text{左上の数}) \times (\text{右下の数}) = (\text{右上の数}) \times (\text{左下の数})$

2 $7ab - 6a^2 - 2b^2$ (cm^2)

【解説】

ABEFは正方形なので $AB = BE = a$

よって $EC = b - a$ (正方形EFGHの1辺)

$$\begin{aligned} DG = CD - CG \text{なので, } DG &= a - (b - a) \\ &= 2a - b \quad (\text{正方形IJGDの1辺}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FI = FD - ID \text{なので, } FI &= (b - a) - (2a - b) \\ &= 2b - 3a \end{aligned}$$

四角形FHJIは，縦： $FH = DG = 2a - b$

横： $FI = 2b - 3a$ なので，

$$\text{面積は } (2a - b) \times (2b - 3a) = 7ab - 6a^2 - 2b^2$$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜準備問題＞

組 番 名前

1 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 105

(2) 50

(3) 48

(4) 243

(5) 396

2 次の にあてはまる数や式を求めなさい。

(1) $(-4x) \times \text{} = -20xy$

(2) $\text{} \times 5a = 25a^3$

(3) $9ab^2c \times (\text{}) = -36ab^3c^2$

(4) $(\text{}) \times (5a + b - 3) = -20a - 4b + 12$

(5) $(-3m) \times (\text{}) = 21am - 15bm^2 + 9m$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜準備問題・解答＞

1

- (1) $3 \times 5 \times 7$ (2) 2×5^2 (3) $2^4 \times 3$ (4) 3^5 (5) $2^2 \times 3^2 \times 11$

【解説】

$$\begin{array}{rcl}
 (1) & 3 \overline{) 105} & \\
 & \underline{5 } & \\
 & 7 & \\
 (2) & 2 \overline{) 50} & \\
 & \underline{5 } & \\
 & 5 & \\
 (3) & 2 \overline{) 48} & \\
 & \underline{2 } & \\
 & 2 \overline{) 12} & \\
 & \underline{2 } & \\
 & 6 & \\
 & \underline{2 } & \\
 & 3 & \\
 (4) & 3 \overline{) 243} & \\
 & \underline{3 } & \\
 & 81 & \\
 & \underline{3 } & \\
 & 27 & \\
 & \underline{3 } & \\
 & 9 & \\
 & \underline{3 } & \\
 & 3 & \\
 (5) & 2 \overline{) 396} & \\
 & \underline{2 } & \\
 & 198 & \\
 & \underline{3 } & \\
 & 99 & \\
 & \underline{3 } & \\
 & 33 & \\
 & \underline{3 } & \\
 & 11 &
 \end{array}$$

2

- (1) $5y$ (2) $5a^2$ (3) $-4bc$
- (4) -4 (5) $-7a + 5bm - 3$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜基本問題①＞

組 番 名前

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $a^2b + ab^2$

(2) $3x^2 + xy$

(3) $9a^2x - 6a^2y$

(4) $6x^2yz - 2xyz^2 + 4xy^2z$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 4x + 3$

(2) $x^2 - 7x + 10$

(3) $x^2 - 3x - 10$

(4) $x^2 + x - 56$

(5) $x^2 + 14x + 49$

(6) $x^2 - 8x + 16$

(7) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

(8) $y^2 - 81$

(9) $1 - a^2$

(10) $x^2 - \frac{1}{25}$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜基本問題①・解答＞

1

(1) $a(b + y)$

(2) $x(3x + y)$

(3) $3a(3x^2 - 2ay)$

(4) $2xyz(3x - z + 2y)$

2

(1) $(x + 1)(x + 3)$

(2) $(x - 2)(x - 5)$

(3) $(x - 5)(x + 2)$

(4) $(x + 8)(x - 7)$

(5) $(x + 7)^2$

(6) $(x - 4)^2$

(7) $(x - \frac{1}{2})^2$

(8) $(y + 9)(y - 9)$

(9) $(1 + a)(1 - a)$

(10) $(x + \frac{1}{5})(x - \frac{1}{5})$

【解説】

(1)～(4) 公式 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ を利用する。

(5)～(7) 公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ と $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ を利用する。

(8)～(10) 公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を利用する。

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜基本問題②＞

組 番 名前

□1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - xy - 12y^2$

(2) $9x^2 - 6xy + y^2$

(3) $25a^2 - 36b^2$

□2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2ax^2 + 4ax - 30a$

(2) $x^2y - 9y$

□3 次の式を因数分解しなさい。

(1) $a(2x + 3y) - 2b(2x + 3y)$

(2) $(x - 1)^2 + 6(x - 1) - 27$

(3) $ab - b - 2a + 2$

(4) $a^2 - 6a + 9 - b^2$

(5) $a^2 + 2ab + b^2 + 8a + 8b + 7$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜基本問題②・解答＞

1 (1) $(x+3y)(x-4y)$ (2) $(3x-y)^2$ (3) $(5a+6b)(5a-6b)$

【解説】

$$(1) \quad x^2 - xy - 12y^2 = x^2 + (3y-4y)x + 3y \times (-4y) \\ = (x+3y)(x-4y)$$

$$(2) \quad 9x^2 - 6xy + y^2 = (3x)^2 - 2 \times y \times 3x + y^2 \\ = (3x-y)^2$$

$$(3) \quad 25a^2 - 36b^2 = (5a)^2 - (6b)^2 \\ = (5a+6b)(5a-6b)$$

2 (1) $2a(x+5)(x-3)$ (2) $y(x+3)(x-3)$

【解説】

$$(1) \quad 2ax^2 + 4ax - 30a = 2a(x^2 + 2x - 15) \\ = 2a(x+5)(x-3)$$

$$(2) \quad x^2y - 9y = y(x^2 - 9) \\ = y(x+3)(x-3)$$

3

(1) $(2x+3y)(a-2b)$ (2) $(x+8)(x-4)$
 (3) $(a-1)(b-2)$ (4) $(a-3+b)(a-3-b)$
 (5) $(a+b+1)(a+b+7)$

【解説】

$$(1) \quad 2x+3y=A \text{ とおく。} \\ a(2x+3y) - 2b(2x+3y) = aA - 2bA \\ = A(a-2b) \\ = (2x+3y)(a-2b)$$

$$(2) \quad x-1=A \text{ とおく。} \\ (x-1)^2 + 6(x-1) - 27 = A^2 + 6A - 27 \\ = (A+9)(A-3) \\ = \{(x-1)+9\}\{(x-1)-3\} \\ = (x+8)(x-4)$$

$$(3) \quad ab - b - 2a + 2 = (ab - b) + (-2a + 2) \\ = b(a-1) - 2(a-1) \\ = (a-1)(b-2)$$

$$(4) \quad a^2 - 6a + 9 - b^2 = (a^2 - 6a + 9) - b^2 \\ = (a-3)^2 - b^2 \\ = \{(a-3)+b\}\{(a-3)-b\} \\ = (a-3+b)(a-3-b)$$

$$(5) \quad a^2 + 2ab + b^2 + 8a + 8b + 7 \\ = (a^2 + 2ab + b^2) + (8a + 8b) + 7 \\ = (a+b)^2 + 8(a+b) + 7 = \{(a+b)+1\}\{(a+b)+7\} \\ = (a+b+1)(a+b+7)$$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜応用問題①＞

組 番 名前

□1 次の式の値を求めなさい。

(1) $a = 7.5$, $b = 2.5$ のとき, $a^2 - b^2$ の値

(2) $a = \frac{7}{6}$, $b = \frac{5}{4}$ のとき, $(3a + 2b)^2 - (3a - 2b)^2$ の値

(3) $a = 17.5$, $b = 2.7$ のとき, $(a + b)^2 - 4(a + b) + 4$ の値

(4) $a = 7.5$, $b = 2.2$ のとき, $a^2 + 2ab + b^2 - 9$ の値

□2 次の式を工夫して計算をなさい。(途中の計算も書きなさい。)

(1) $6.5^2 - 3.5^2$

(2) $7.5^2 \times 3.14 - 2.5^2 \times 3.14$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜応用問題①・解答＞

1

(1) 5000 (2) 35 (3) 40000 (4) 9400

【解説】

$$\begin{aligned}(1) \quad a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\ &= (75 + 25)(75 - 25) \\ &= 100 \times 50 \\ &= 5000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (3a + 2b)^2 - (3a - 2b)^2 &\quad (1) \text{ と同様の因数分解の考え方!} \\ &= \{(3a + 2b) + (3a - 2b)\} \times \{(3a + 2b) - (3a - 2b)\} \\ &= 6a \times 4b \\ &= 24ab \\ &= 24 \times \frac{7}{6} \times \frac{5}{4} \\ &= 35\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad (a + b)^2 - 4(a + b) + 4 &= \{(a + b) - 2\}^2 \\ &= (175 + 27 - 2)^2 \\ &= 200^2 \\ &= 40000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad a^2 + 2ab + b^2 - 9 &= (a^2 + 2ab + b^2) - 9 \\ &= (a + b)^2 - 3^2 \\ &= \{(a + b) + 3\} \{(a + b) - 3\} \\ &= (a + b + 3)(a + b - 3) \\ &= (75 + 22 + 3)(75 + 22 - 3) \\ &= 100 \times 94 \\ &= 9400\end{aligned}$$

(1) 3000 (2) 157

【解説】

$$\begin{aligned}(1) \quad 65^2 - 35^2 &= (65 + 35)(65 - 35) \\ &= 100 \times 30 \\ &= 3000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad 7.5^2 \times 3.14 - 2.5^2 \times 3.14 &= (7.5^2 - 2.5^2) \times 3.14 \\ &= (7.5 + 2.5)(7.5 - 2.5) \times 3.14 \\ &= 10 \times 5 \times 3.14 \\ &= 157\end{aligned}$$

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜応用問題②＞

組 番 名前

- ① 2けたの自然数Aと、その自然数の十の位の数字と一の位の数字を入れ替えた自然数Bがあります。それぞれの自然数を2乗してから差をとると495になりました。この2つの自然数を求めなさい。ただし、 $A > B$ とします。【思・判・表】

- ② 太郎君は「連続する2つの偶数の積に1を加えた数は奇数の2乗になる。」ことを証明しようとして、次のように途中まで書きました。しかし、この途中まで書いた証明には誤りがあります。このことについて、次の問いに答えなさい。【思・判・表】

【証明】 n を整数とすると、連続する2つの偶数は n ， $n+2$ と表される。
このとき、連続する2つの偶数の積に1を加えた数は、
$$n(n+2)+1=n^2+2n+1$$
$$=$$

(1) 太郎君の誤りは何か説明しなさい。

(2) 誤りを訂正し、正しい証明を書きなさい。

数学3 1章 式の展開と因数分解「因数分解」＜応用問題②・解答＞

1 32 と 23

【解説】

2けたの自然数Aを $10a + b$ とすると、
十の位と一の位の数字を入れ替えた自然数Bは $10b + a$ と表される。
よって、

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= (10a + b)^2 - (10b + a)^2 \\ &= \{(10a + b) + (10b + a)\} \{(10a + b) - (10b + a)\} \\ &= (11a + 11b)(9a - 9b) \\ &= 11(a + b) \times 9(a - b) \\ &= 99(a + b)(a - b) \end{aligned}$$

したがって、 $99(a + b)(a - b) = 495$

両辺を99で割って $(a + b)(a - b) = 5$

a, b は自然数だから $a + b > a - b$

また、5は素数より、 $a + b = 5, a - b = 1$ となる。

これを解いて $a = 3, b = 2$

これは問題に適している。

2つの自然数は32と23である。

2

(1) 1行目の「連続する2つの偶数は $n, n + 2$ と表される。」が誤り。

偶数は2の倍数といえるので、

「 n を整数とすると、連続する2つの偶数は $2n, 2n + 2$ と表せる。」

(2)

【証明】 n を整数とすると、連続する2つの偶数は $2n, 2n + 2$ と表せる。

このとき、連続する2つの偶数の積に1を加えた数は、

$$\begin{aligned} 2n(2n + 2) + 1 &= 4n^2 + 4n + 1 \\ &= (2n + 1)^2 \quad \leftarrow \text{因数分解} \end{aligned}$$

n は整数なので、 $2n + 1$ は奇数である。

よって、連続する2つの偶数の積に1を加えた数は奇数の2乗になる。