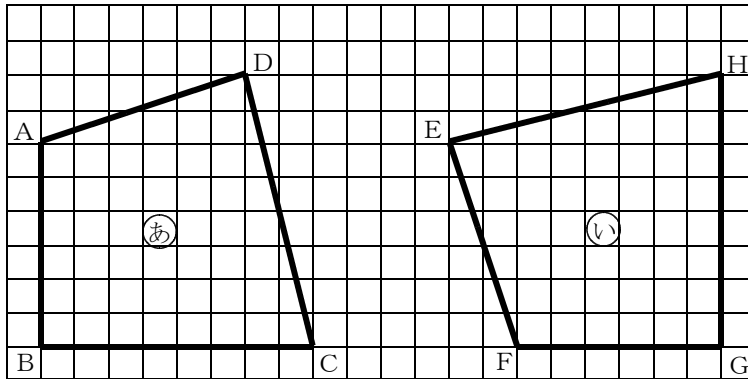
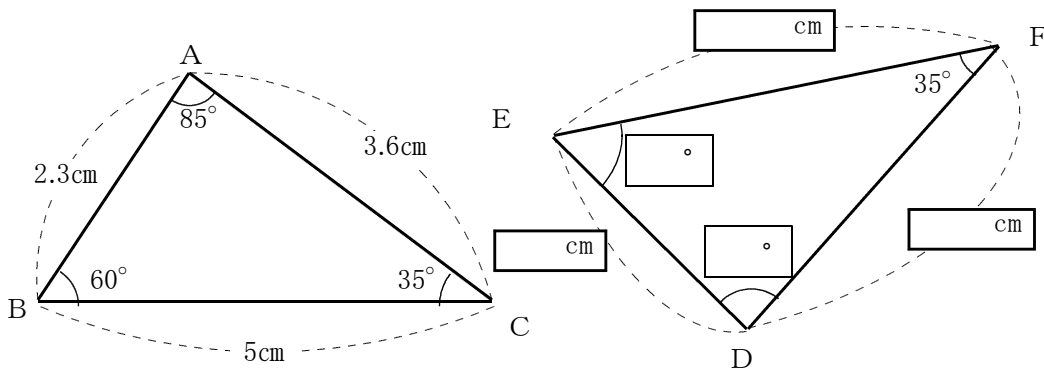


- 1 次の四角形①は四角形②を平行移動及び回転移動した図形です。  
 対応する頂点, 辺, 角を右の表にかきなさい。

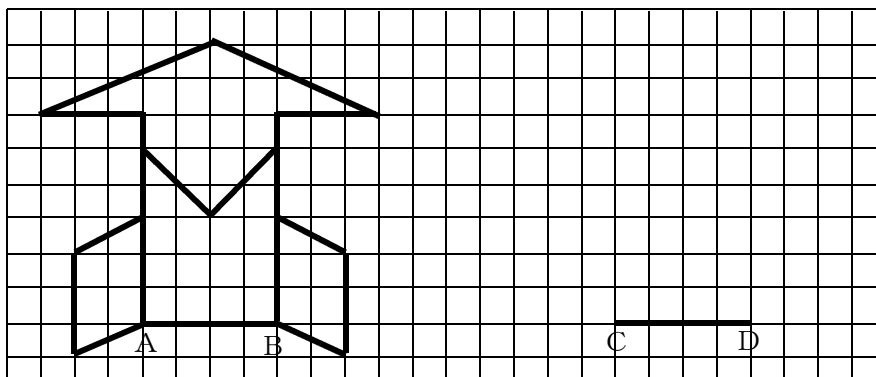


∠Bに対応する角は	∠
辺ABに対応する辺は	辺
辺BCに対応する辺は	辺
頂点Aに対応する頂点は	頂点
∠Dに対応する角は	∠

- 2 下の2つの三角形は合同です。次の問いに答えなさい。  
 (1) 三角形DEFの3つの辺の長さは、それぞれ何cmですか。下の図にかきなさい。  
 (2) ∠D, ∠Eの大きさは、それぞれ何度ですか。下の図にかきなさい。



- 3 次の図で、辺ABに対応する辺を辺CDとして、左の図と合同な図を右にかきなさい。



1

∠Bに対応する角は	∠G
辺ABに対応する辺は	辺FG
辺BCに対応する辺は	辺GH
頂点Aに対応する頂点は	頂点F
∠Dに対応する角は	∠E

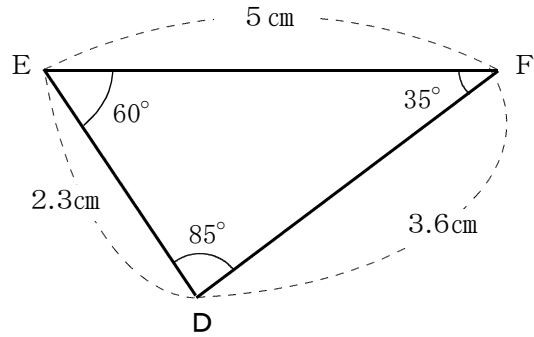
2

(1) 辺DE = 2.3 cm, 辺EF = 5 cm, 辺DF = 3.6 cm

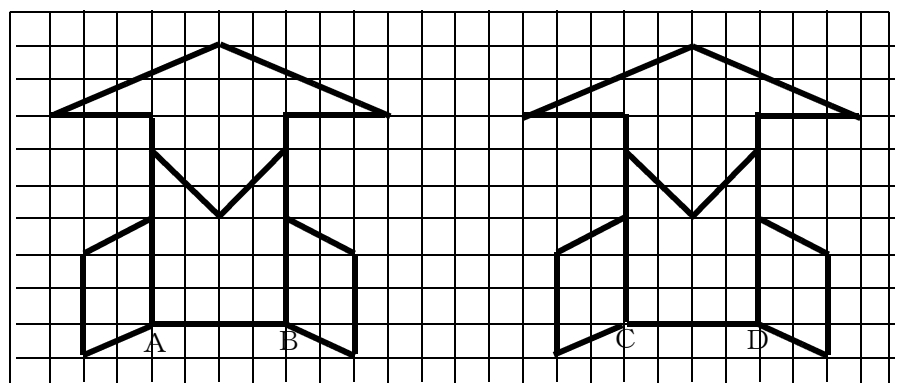
(2) ∠D = 85°    ∠E = 60°

【解説】

△ABC ≡ △DEF より  
 対応する辺の長さや角の大きさは、  
 右図のようになる。



3



数学2 4章 図形の調べ方 「図形の合同」 <基本問題①>

組 番 名前

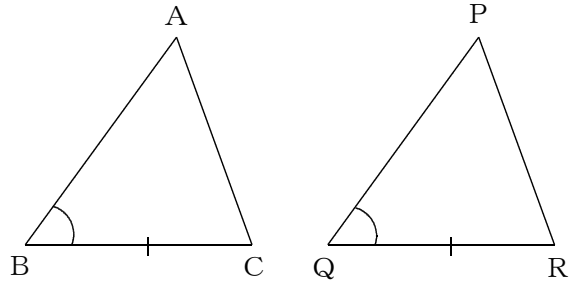
1 次の2つの三角形の合同をいうためには、あと1つどのようなことがわかればよいですか。下記の□にあてはまる記号の組をすべてかきなさい。

わかっていること

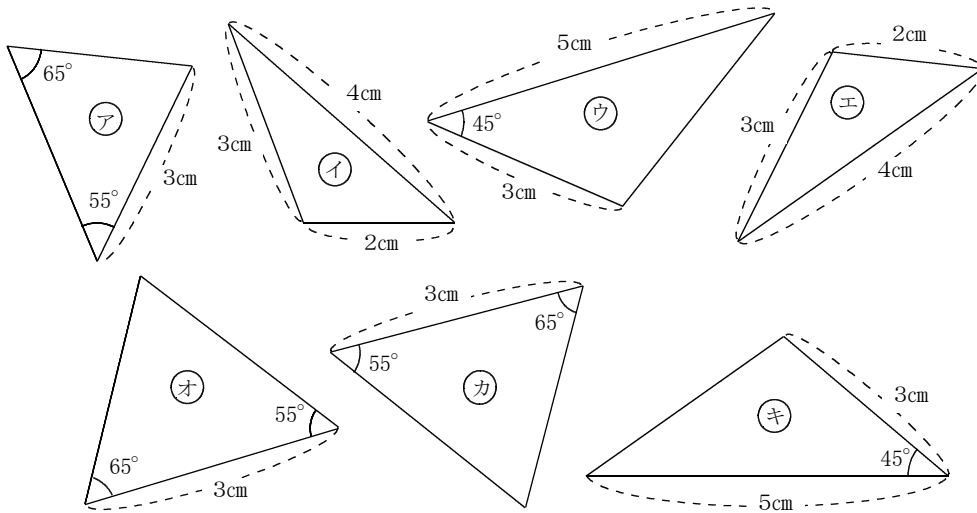
$BC = QR \dots\dots ①$

$\angle ABC = \angle PQR \dots\dots ②$

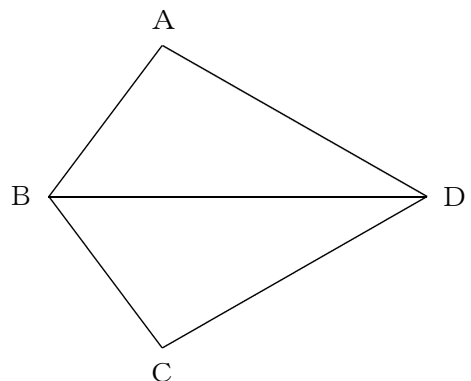
□ =  $\dots\dots ③$



2 次の図の三角形を、合同な三角形の組に分けなさい。また、そのとき使った合同条件をかきなさい。



3 右の図の四角形ABCDで、  
 $AB = CB$ ,  $AD = CD$ です。  
 この図で、合同な三角形の組を、記号≡を使って表しなさい。  
 また、そのとき使った合同条件をかきなさい。



数学2 4章 図形の調べ方 「図形の合同」 <基本問題①・解答>

①

$\angle ACB (=) \angle PRQ$  ,  $AB (=) PQ$  (対応する頂点の順であれば可)  
 $\angle BAC (=) \angle QPR$  (2角が決まることで,  $\angle ACB = \angle PRQ$ が導ける。)

②

①と②(3組の辺がそれぞれ等しい)

③と④(2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい)

⑤と⑥(1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい) (順不同可)

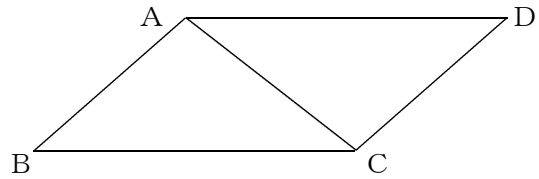
③

$\triangle ABD \equiv \triangle CBD$  (対応する頂点の順であれば可)  
3組の辺がそれぞれ等しい

数学2 4章 図形の調べ方 「図形の合同」 <基本問題②>

組 番 名前

① 右図のような平行四辺形  $ABCD$  において、 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$  を示します。



三角形の合同条件にあうように、次の  $\square$  にあてはまる辺をかきなさい。

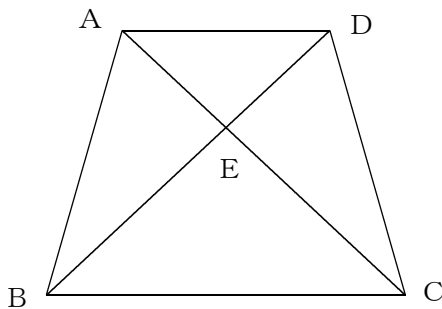
(1)  $AB = CD$ ,  $BC = DA$ ,  $\square = \square$

(2)  $AB = CD$ ,  $\angle BAC = \angle DCA$ ,  $\square = \square$

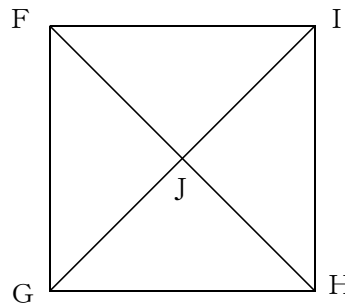
(3)  $\angle BAC = \angle DCA$ ,  $\angle ABC = \angle CDA$ ,  $\square = \square$

② 次の図は、 $AB = CD$ ,  $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  と、正方形  $FGHI$  にそれぞれ2つの対角線を引いたものです。図の中から、合同な三角形の組を記号  $\equiv$  を用いてすべてかきなさい。

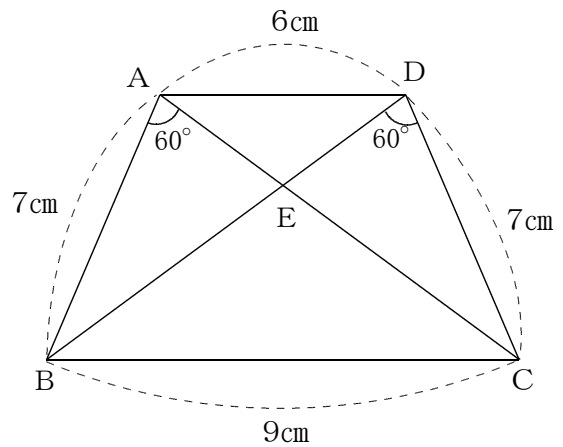
(1)



(2)



③ 右の図で、 $\triangle ABE$  と  $\triangle DCE$  は合同になります。このときの三角形の合同条件をかきなさい。



数学2 4章 図形の調べ方 「図形の合同」 <基本問題②・解答>

1

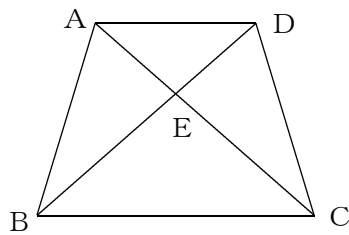
(1)  $\overline{AC} = \overline{CA}$  (対応する頂点の順であれば可)

(2)  $\overline{AC} = \overline{CA}$  (対応する頂点の順であれば可)

(3)  $\overline{AB} = \overline{CD}$  (対応する頂点の順であれば可)

2

(1)



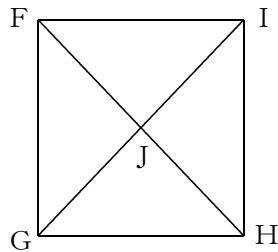
$\triangle AEB \equiv \triangle DEC$

$\triangle ABD \equiv \triangle DCA$

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

(対応する頂点の順であれば可)

(2)



$\triangle FGJ \equiv \triangle GHJ \equiv \triangle HIJ \equiv \triangle IFJ$

$\triangle FGH \equiv \triangle GHI \equiv \triangle HIF \equiv \triangle IFG$

(対応する頂点の順であれば可)

3

1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

数学2 4章 図形の調べ方 「図形の合同」 <応用問題>

組 番 名前

---

AさんとBさんが、次の要素で三角形をかきましたが、二人がかいた三角形は、合同にはなりません。次の問いに答えなさい。

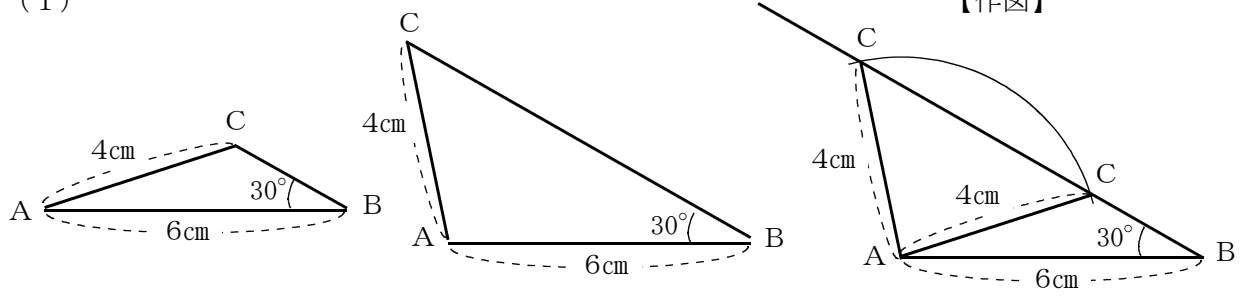
$\triangle ABC$ で、 $AB = 6\text{ cm}$ ,  $AC = 4\text{ cm}$ ,  $\angle B = 30^\circ$

(1) 2人はそれぞれどんな三角形をかいたと考えられますか。考えられる2つの三角形をかきなさい。なお、図には、 $AB$ と $AC$ の長さ及び $\angle B$ の大きさをかきなさい。

(2) (1)のように、「 $AB$ の長さ」、「 $AC$ の長さ」、「 $\angle B$ の大きさ」では、同じ三角形がかけなかったので、2人は3つの要素のうち「 $AB$ の長さ」、「 $\angle B$ の大きさ」はそのままだに、「 $AC$ の長さ」だけ要素を入れかえて、必ず同じ三角形がかけるようにしました。「 $AC$ の長さ」と入れかえることで、必ず同じ三角形をかくことができる要素をすべてかきなさい。

1

(1)



2

- (2) ① ABの長さ ∠Aの大きさ ∠Bの大きさ  
 ② ABの長さ BCの長さ ∠Bの大きさ  
 ③ ABの長さ ∠Cの大きさ ∠Bの大きさ

\* ∠B、∠Cが決まることで∠Aが決まる。



数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <基本問題①>

組 番 名前

- 1 下の図で、 $AB=CD$ 、 $AB\parallel CD$ であるとき、 $\triangle AOB\equiv\triangle DOC$ が成り立ちます。このことを次のように説明しました。□に当てはまる記号や言葉をかきなさい。

$\triangle AOB$ と $\triangle DOC$ で

与えられた条件より、 $AB = \square(1)$  …①

$AB\parallel CD$ で  $\square(2)$  が等しいので

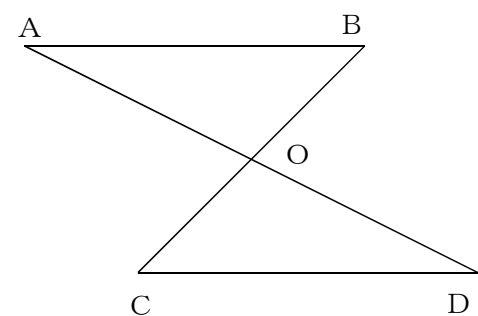
$\angle A = \square(3)$  …②

$\square(4) = \angle C$  …③

①, ②, ③より、 $\square(5)$  が

それぞれ等しいので

$\triangle AOB\equiv\triangle DOC$



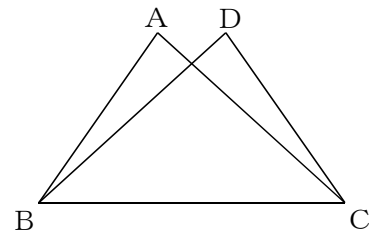
このように、あることがらが成り立つことをすじ道を立てて明らかにすることを  $\square(6)$  といいます。今回は、 $\text{ア } AB=CD, AB\parallel CD$  から  $\text{イ } \triangle AOB\equiv\triangle DOC$  であるということがらを導きました。 $\text{ア}$  は与えられてわかっていること、 $\text{イ}$  は  $\text{ア}$  から導こうとしていることです。 $\text{ア}$ の部分を  $\square(7)$ 、 $\text{イ}$ の部分を  $\square(8)$  といいます。

- 2 右の図で、 $AB=DC$ 、 $AC=DB$ ならば、 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ であることを証明します。

このとき、証明のすじ道は下の図のようになります。

それぞれの □の中にあてはまる根拠となることがらを、次の

- ①, ②, ③から選びなさい。



- ① 三角形の合同条件      ② 共通な辺      ③ 仮定

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、

$AB=DC$

$AC=DB$

$BC=CB$

$\square(1)$

$\square(2)$

$\square(3)$

$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$

数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」〈基本問題①・解答〉

1

- (1) DC (2) 錯角 (3)  $\angle D$  (4)  $\angle B$  (5) 1組の辺とその両端の角  
(6) 証明 (7) 仮定 (8) 結論

2

- (1) ③ (2) ② (3) ①

数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <基本問題②>

組 番 名前 \_\_\_\_\_

1 次のことがらについて、仮定と結論をいいなさい。

(1)  $a > 0$ ,  $b > 0$ ならば,  $ab > 0$ である。

(2)  $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ ならば,  $BC = QR$ である。

2 下の図のように,  $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ の対角線 $AC$ を引き,  $AC$ の中点を $E$ とします。そして,  $D$ から $E$ を通る直線を引き, 辺 $BC$ の交点を $F$ とします。このとき,  $\triangle AED \equiv \triangle CEF$ であることを次のように証明しました。  に当てはまる記号や言葉をかきなさい。

【証明】

$\triangle AED$ と $\triangle CEF$ で

仮定より,  $AE =$   (1) ...①

$AD \parallel BC$ で  (2) が等しいので

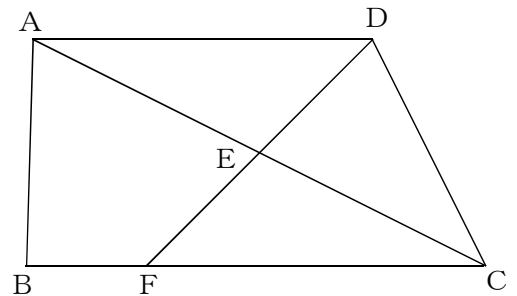
$\angle DAE =$   (3) ...②

(4) は等しいので

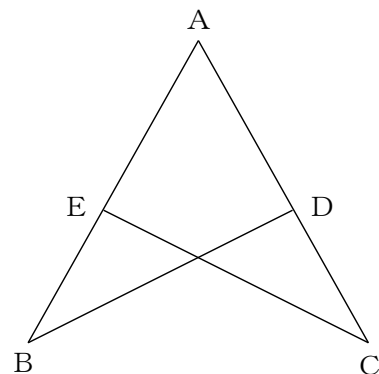
(5)  $= \angle CEF$  ...③

①, ②, ③より,  (6) がそれぞれ等しいので

$$\triangle AED \equiv \triangle CEF$$



3 右の図で,  $AB = AC$ ,  $\angle ABD = \angle ACE$ であるとき,  $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ であることを証明しなさい。



数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <基本問題②・解答>

1

(1) 仮定  $a > 0$  ,  $b > 0$       結論  $a b > 0$

(2) 仮定  $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$       結論  $BC = QR$

2

(1)  $CE$       (2) 錯角      (3)  $\angle FCE$

(4) 対頂角      (5)  $\angle AEO$

(6) 1組の辺とその両端の角

3

【証明】

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ で

仮定より

$$AB = AC \quad \dots \textcircled{1}$$

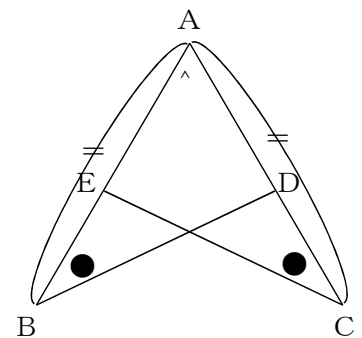
$$\angle ABD = \angle ACE \quad \dots \textcircled{2}$$

また、 $\angle A$ は共通な角だから

$$\angle A = \angle A \quad \dots \textcircled{3}$$

①②③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$$



数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <基本問題③>

組 番 名前

- 1 次の図で、 $AO=BO$ 、 $CO=DO$ ならば、 $AC=BD$ であることを、次のように証明しました。  の中にあてはまる適切な言葉をかきなさい。

【証明】  $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ で

(1)  より、

$$AO=BO \dots ①, \quad CO=DO \dots ②$$

(2)  は等しいので、

$$\angle AOC = \angle BOD \dots ③$$

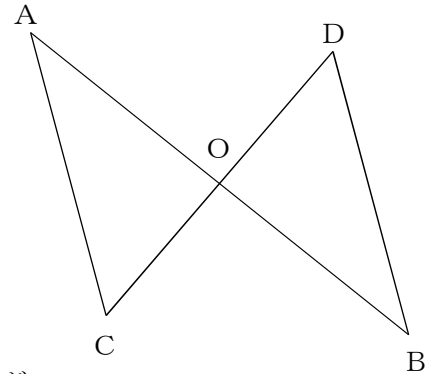
①②③より、 が

それぞれ等しいので

$$\triangle AOC \equiv \triangle BOD$$

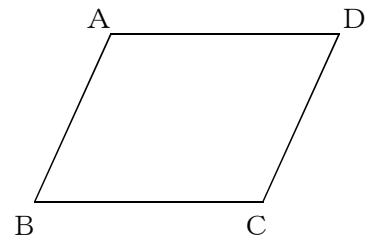
合同な図形では  は等しいので、

$$AC=BD$$



- 2 下の図のような四角形 $ABCD$ で、 $AB=CD$ 、 $BC=DA$ ならば  $\angle ABC = \angle CDA$ であることを証明します。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 仮定と結論をかきなさい。



(2) このことからについて、次のように証明しました。  の中にあてはまる適切な式や言葉をかきなさい。

【証明】 AとCを結ぶ。  $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ で、

仮定より、  $AB=CD \dots ①$

$\dots ②$

共通な辺だから、   $\dots ③$

①②③より  がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

合同な図形では  は等しいので、

$$\angle ABC = \angle CDA$$

数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <基本問題③・解答>

1

(1) 仮定 (2) 対頂角 (3) 2組の辺とその間の角 (4) 対応する辺の長さ

2

(1) 仮定  $AB=CD, BC=DA$

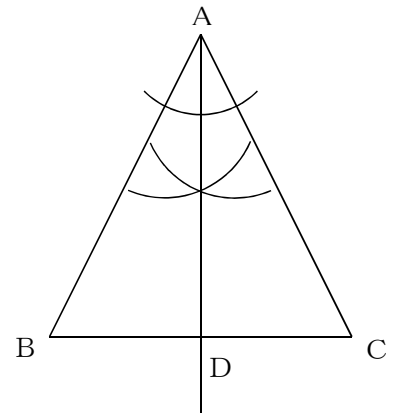
結論  $\angle ABC=\angle CDA$

(2) (ア)  $BC=DA$  (イ)  $AC=CA$  (ウ) 3組の辺 (エ) 対応する角の大きさ

数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <基本問題④>

組 番 名前 \_\_\_\_\_

- 1  $AB=AC$ の二等辺三角形の $\angle A$ の二等分線を作図し、辺BCとの交点をDとします。このとき、 $BD=CD$ 、 $AD \perp BC$ となることを次のように証明しました。に当てはまる式や言葉をかきなさい。また、の中に式や言葉をかいて、証明を完成させなさい。



【証明】  $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ で

仮定より、 $AB=AC$  …①

(1) …②

共通な辺だから  (2) …③

①②③より  (3) がそれぞれ等しいので、

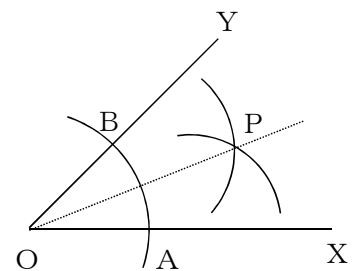
$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

合同な図形では、 (4) は等しいので、 $BD=CD$

また、

- 2 中学1年で学習した「角の二等分線の作図」で、なぜ角の大きさが二等分されるのか疑問に思ったSさんは、これを証明することにしました。

そのために、角の二等分線の作図の手順を振り返ってみました。すると、右の図のように、 $\angle YOX$ の二等分線を作図するとき、 $OA=OB$ 、 $AP=BP$ となるように作図していることに気がつきました。



このことについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 半直線OPが $\angle XOY$ を二等分することを証明するには、何と何が等しいことを証明すればよいですか。

- (2) (1) が成り立つことを証明しなさい。

数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <基本問題④・解答>

1

- (1)  $\angle BAD = \angle CAD$  (2)  $AD = AD$   
(3) 2組の辺とその間の角 (4) 対応する辺

また、対応する角も等しいので  $\angle ADB = \angle ADC$   
直線は  $180^\circ$  だから、 $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$   
よって、 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$   
したがって、 $AD \perp BC$

2

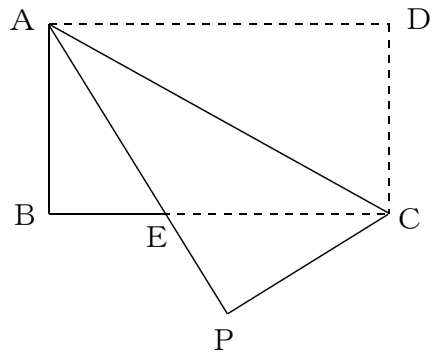
- (1)  $\angle XOP = \angle YOP$
- (2) AとP, BとPを結ぶ。  
 $\triangle OAP$ と $\triangle OBP$ で,  
仮定より、 $OA = OB$  …①  
 $AP = BP$  …②  
共通な辺だから  $OP = OP$  …③  
①②③より、3組の辺がそれぞれ等しいので、  
 $\triangle OAP \cong \triangle OBP$   
合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、 $\angle AOP = \angle BOP$   
よって、 $\angle XOP = \angle YOP$



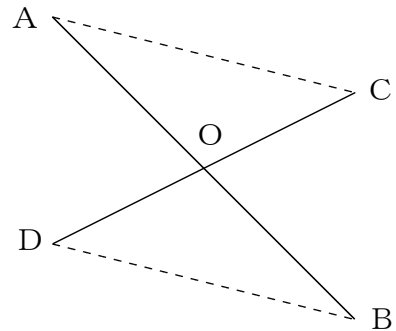
数学2 4章 図形の調べ方 「図形の性質の確かめ方」 <応用問題>

組 番 名前

- 1 右の図のように、長方形 $ABCD$ を対角線 $AC$ を折り目として折り返したところ、点 $D$ は点 $P$ に移動しました。 $AP$ と $BC$ の交点を $E$ としたとき、 $AE = CE$ であることを証明しなさい。



- 2 右の図のように、線分 $AB$ と線分 $CD$ が点 $O$ で交わっています。  
 $OA = OB$ ,  $OC = OD$ ならば、 $AC \parallel DB$ であることを証明しなさい。



1

$\triangle ABE$ と $\triangle CPE$ で

仮定より,  $AB=CP$  . . . ①

$\angle ABE = \angle CPE (= 90^\circ)$  . . . ②

ここで, 対頂角は等しいので

$\angle AEB = \angle CEP$

また, 三角形の内角の和は $180^\circ$ なので

$\angle BAE = 180^\circ - \angle AEB - \angle ABE$

$\angle PCE = 180^\circ - \angle CEP - \angle CPE$

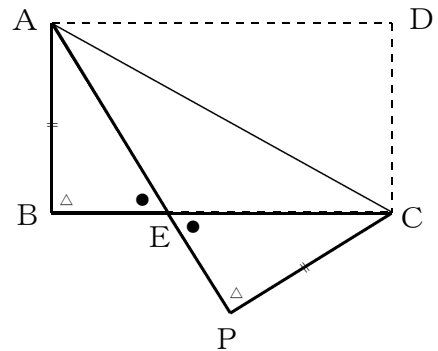
よって  $\angle BAE = \angle PCE$  . . . ③

①②③より1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABE \equiv \triangle CPE$

合同な図形では, 対応する辺は等しいので

$AE = CE$



\*別解あり

2

$\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ で

仮定より  $OA=OB$  . . . ①

$OC=OD$  . . . ②

ここで, 対頂角は等しいので

$\angle AOC = \angle BOD$  . . . ③

①②③より2辺とその間の角がそれぞれ等しいので

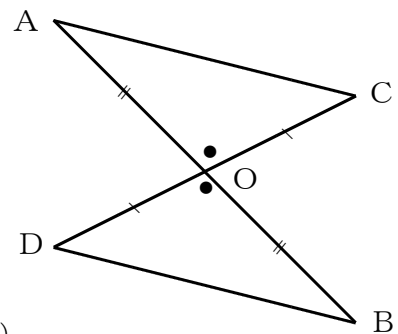
$\triangle AOC \equiv \triangle BOD$

合同な図形では, 対応する角は等しいので

$\angle OAC = \angle OBD$  (もしくは $\angle OCA = \angle ODB$ )

錯角が等しいので

$AC \parallel DB$



数学2 5章 図形の性質と証明 「逆と反例」 <基本問題>

組 番 名前

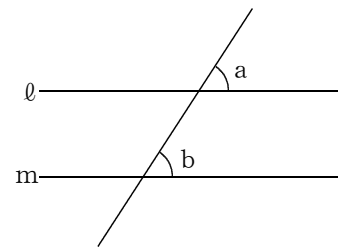
---

① 次のことがらについて、正しいものには○、正しくないものには×をつけ、正しくない場合は反例を1つあげなさい。

(1)  $ab > 0$ ならば、 $a < 0$ 、 $b < 0$ である。

(2)  $a$ 、 $b$ が偶数ならば、 $a + b$ は偶数である。

(3) 同位角 $\angle a$ と $\angle b$ が等しければ、2直線 $l$ 、 $m$ は平行である。



(4) 2つの二等辺三角形は合同である。

② 次のことがらの逆をかき、それが正しいものには○、正しくないものには×をつけ、正しくない場合は反例を1つあげなさい。

(1) 3つの角が等しい三角形は正三角形である。

(2) 二等辺三角形の2つの底角は等しい。

(3)  $\triangle ABC$ が直角三角形ならば、 $\angle C = 90^\circ$ である。

(4) 2つの三角形が合同ならば、その2つの三角形の面積は等しい。

数学2 5章 図形の性質と証明 「逆と反例」 <基本問題・解答>

1

- (1) × 反例； $a > 0$ ， $b > 0$ でも， $a b > 0$ である
- (2) ○
- (3) ○
- (4) × 反例；底角の大きさや辺の長さが異なれば合同ではない

2

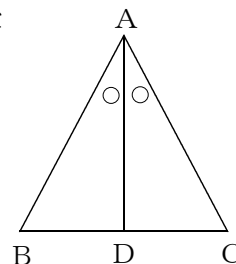
- (1) 正三角形の3つの角は等しい ○
- (2) 2つの角が等しい三角形は二等辺三角形である ○
- (3)  $\triangle ABC$ で， $\angle C = 90^\circ$  ならば $\triangle ABC$ は直角三角形である ○
- (4) 2つの三角形の面積が等しければ，2つの三角形は合同である ×  
反例；底辺と高さの値が逆でも面積が等しくなる

数学2 5章 図形の性質と証明 「三角形の性質」 <基本問題①>

組 番 名前

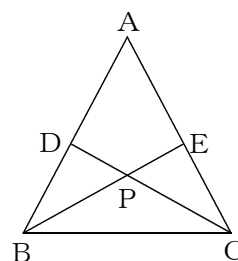
1 右の図で、「二等辺三角形の2つの底角は等しい。」という性質を証明するには、次のア～エのことがらをどのような順序でいえばよいか、もっとも適切なものを記号で答えなさい。

- ア 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから  $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$
- イ 頂角 $\angle A$ の二等分線を引き、底辺 $BC$ との交点を $D$ とする。
- ウ  $\angle B = \angle C$
- エ  $AB = AC$ ,  $AD$ は共通,  $\angle BAD = \angle CAD$



→ → →

2 右の図のように、 $AB = AC$ である二等辺三角形 $ABC$ で、辺 $AB$ ,  $AC$ 上に $BD = CE$ となるように点 $D$ ,  $E$ をとります。 $BE$ と $CD$ の交点を $P$ とすると、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形であることを証明したい。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 結論を導くには、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいですか。

(2) (1) で答えた2つの三角形が合同であることを示して $\triangle PBC$ が二等辺三角形であることを証明なさい。

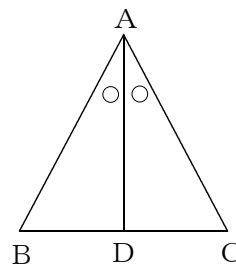
(証明)

1

イ → エ → ア → ウ

【解説】

2つの底角が等しいことを証明するには、頂角 $\angle A$ の二等分線を引き、2つの三角形をつくり、 $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ が合同であることを示せばよい。合同な図形の対応する角の大きさが等しい性質を利用する。



2

(1)  $\triangle DBC$ と $\triangle ECB$

(2) (証明)

$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において

仮定より、 $BD = CE$  . . . . . ①

$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから、

$\angle DBC = \angle ECB$  . . . . . ②

また、 $BC$ は共通 . . . . . ③

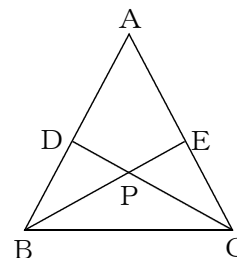
①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DBC \equiv \triangle ECB$

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから、

$\angle DCB = \angle ECB$

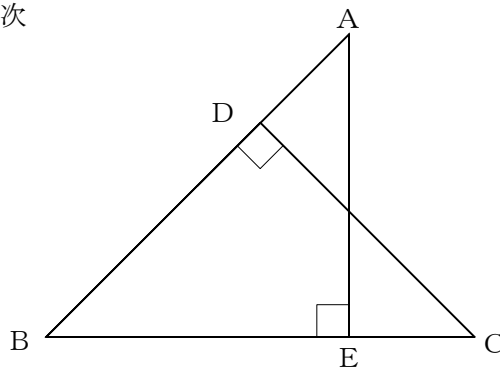
$\triangle PBC$ の2つの角が等しいので、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形である



組 番 名前

1 右の図のように、 $AB=BC$ 、 $\angle CDB=\angle AEB=90^\circ$  のとき、 $BD=BE$ となることを証明したい。このとき、次の問いに答えなさい。

(1)  $BD=BE$ を導くには、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいですか。

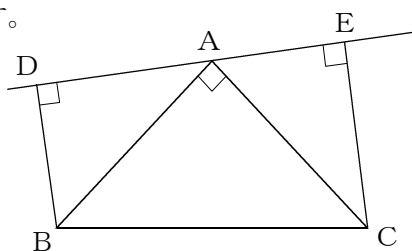


(2) 前問(1)で答えた2つの三角形が合同であることを示して、 $BD=BE$ を証明しなさい。

2 右の図のように、直角二等辺三角形ABCの頂点Aを通る直線に、頂点B、Cからそれぞれ垂線BD、CEをひきます。

このとき、 $BD+CE=DE$ であることを証明しなさい。

(証明)



1

(1)  $\triangle CBD$ と $\triangle ABE$

(2) (証明)

$\triangle CBD$ と $\triangle ABE$ において

仮定より,

$$\angle CDB = \angle AEB = 90^\circ \dots\dots ①$$

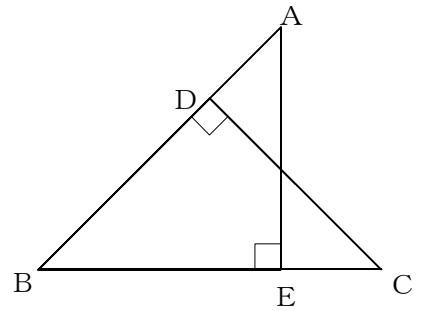
$$BC = BA \dots\dots\dots ②$$

$$\angle B \text{は共通} \dots\dots ③$$

①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle CBD \equiv \triangle ABE$$

したがって,  $BD = BE$



2

(証明)

$\triangle ADB$ と $\triangle CEA$ において

仮定より,

$$\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ \dots\dots\dots ①$$

$$AB = CA \dots\dots\dots ②$$

また,

$$\angle ABD = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAD \dots\dots ③$$

$$\angle CAE = 180^\circ - 90^\circ - \angle CAD \dots\dots ④$$

③, ④より

$$\angle ABD = \angle CAE \dots\dots ⑤$$

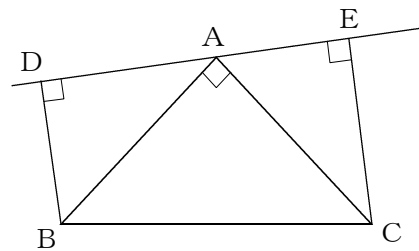
①, ②, ⑤より,

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$$

よって,  $BD = AE$ ,  $CE = AD$ だから,

$$BD + CE = AE + AD = DE$$



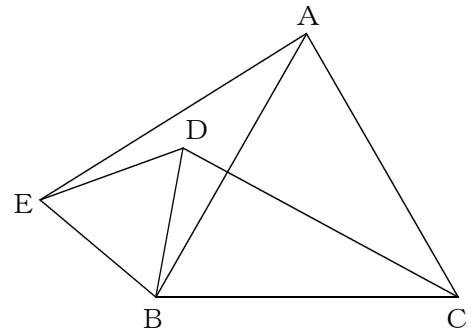


数学2 5章 図形の性質と証明 「三角形の性質」 <応用問題>

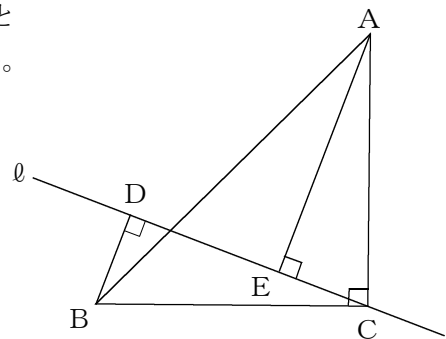
組 番 名前

---

- 1 右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle BDE$ は正三角形です。  
このとき、 $AE = CD$ であることを証明しなさい。  
(証明)



- 2 右の図のように、直角二等辺三角形ABCの頂点Cを通る直線  $l$  に点A, 点Bから垂線をおろしその交点をE, Dとします。このとき、 $CE = BD$ であることを証明しなさい。  
(証明)



1

(証明)

$\triangle AEB$ と $\triangle CDB$ において

仮定より,  $\triangle ABC$ と $\triangle BDE$ は正三角形なので

$AB = CB$  . . . . . ①

$BE = BD$  . . . . . ②

また,

$\angle ABE = \angle DBE + \angle ABD$  . . . . . ③

$\angle CBD = \angle ABC + \angle ABD$  . . . . . ④

$\angle DBE = \angle ABC = 60^\circ$  (正三角形) . . . ⑤

③, ④, ⑤より

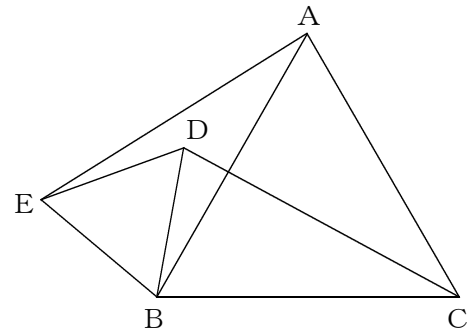
$\angle ABE = \angle CBD$  . . . . . ⑥

①, ②, ⑥より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,

$\triangle AEB \equiv \triangle CDB$

ゆえに,  $AE = CD$



2

(証明)

$\triangle ACE$ と $\triangle CBD$ において

仮定より,

$AC = CB$  . . . . . ①

$\angle AEC = \angle CDB = 90^\circ$  (垂線) . . . . . ②

また,

$\angle ACE = 90^\circ - \angle BCD$  . . . . . ③

三角形の内角の和は $180^\circ$  なので

$\angle CBD = 180^\circ - \angle BDC - \angle BCD$

$\angle BDC = 90^\circ$  より

$\angle CBD = 90^\circ - \angle BCD$  . . . . . ④

③, ④より

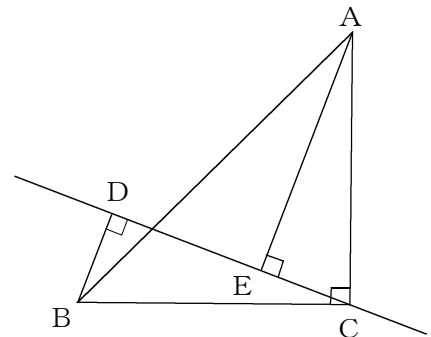
$\angle ACE = \angle CBD$  . . . . . ⑤

①, ②, ⑤より

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ACE \equiv \triangle CBD$

対応する辺は等しいので $CE = BD$

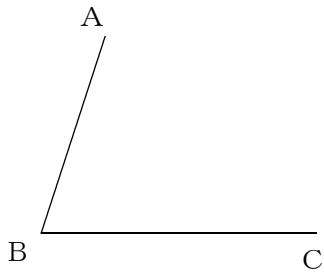


組 番 名前

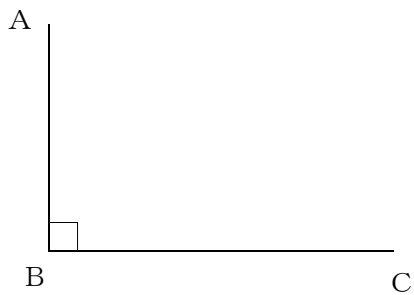
---

次の(1)～(4)を作図しなさい。

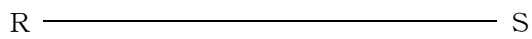
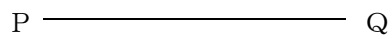
(1) 平行四辺形A B C D



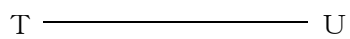
(2) 長方形A B C D



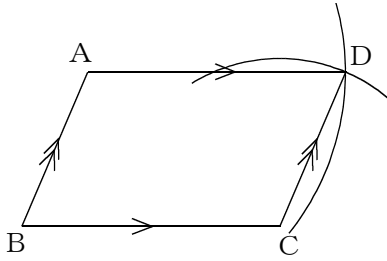
(3) 2つの対角線がそれぞれ $AC = PQ$ ,  $BD = RS$ となる平行四辺形A B C D



(4) 1辺の長さがTUのひし形A B C D



(1)



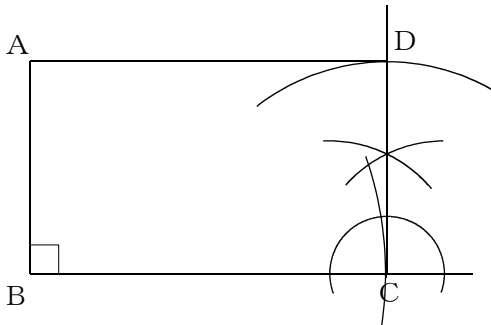
【解答例】

平行四辺形になるための条件

「2組の対辺がそれぞれ等しい」を使って、

- ①Cを中心に、半径BAの円をかく。
- ②Aを中心に、半径BCの円をかく。
- ③①②の円の交点のうち、反時計回りに ABCDの順になる交点をDとし、AとD、CとDをそれぞれ結ぶ。

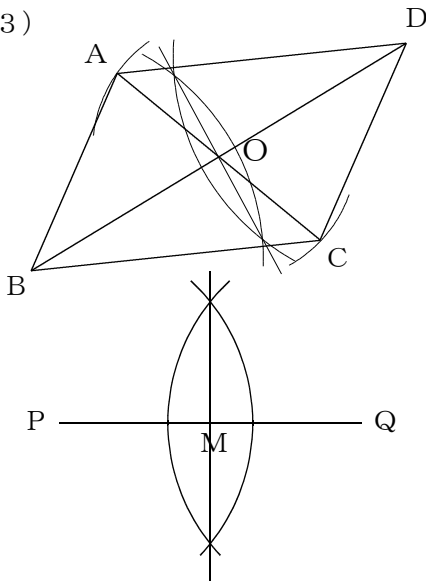
(2)



【解答例】

- ①点Cを通るBCの垂線を引く。
- ②点Cを中心に、半径BAの円をかく。
- ③①と②の交点をDとし、点Aと結ぶ。

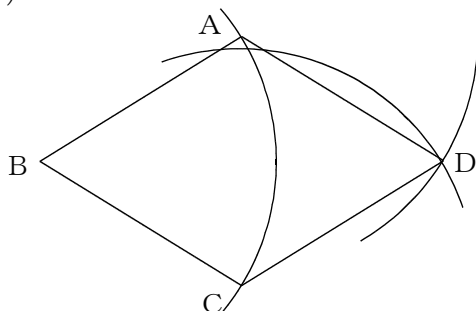
(3)



【解答例】

- ① $BD = RS$ となる線分BDを引く。
- ②BDの垂直二等分線を引き、BDの中点をOとする。
- ③PQの垂直二等分線を引き、PQの中点をMとする。
- ④Oを中心に、半径PMの円をかく。
- ⑤④の円の直径の両端で、直線BD上にない2点を選び、その2点を反時計回りに ABCDの順になるように、点A、点Cとする。そしてAとB、BとC、CとD、AとDをそれぞれ結ぶ。

(4)



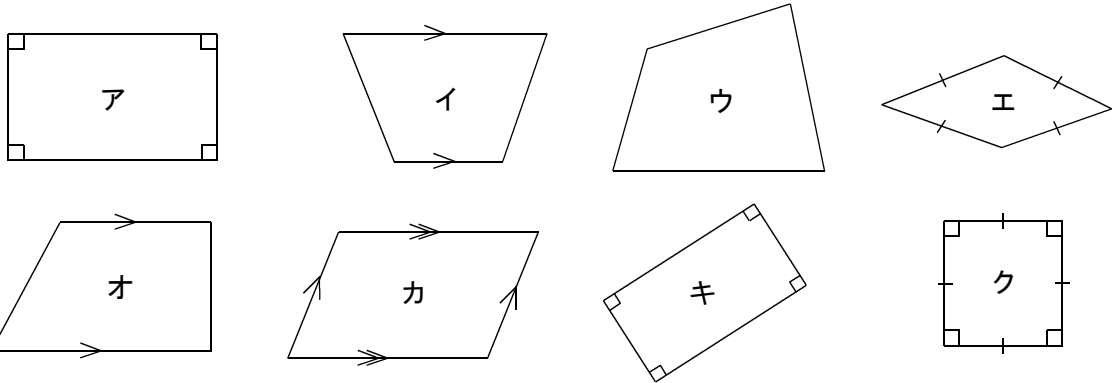
【解答例】

- ①点Bを適当に決め、Bを中心に、半径TUの円をかく。
- ②①の円周上の適当な2点を取り、その2点を、反時計回りにABCとなるようにA、Cとする。
- ③AとCを中心に、それぞれ半径TUの円をかく。
- ④③の交点をDとし、 ABCDを順に結ぶ。

数学2 5章 図形の性質と証明 「平行四辺形の性質」 <基本問題②>

組 番 名前

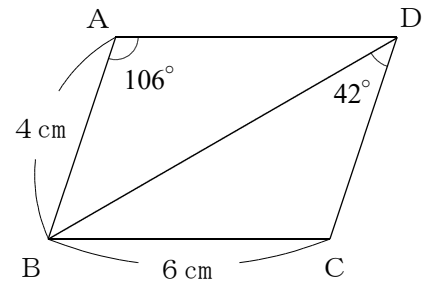
① 次のア～クの図の中から、台形、平行四辺形、長方形、ひし形、正方形をそれぞれすべて選び、記号で答えなさい。



台形・・・( )      平行四辺形・・・( )  
 長方形・・・( )      ひし形・・・( )  
 正方形・・・( )

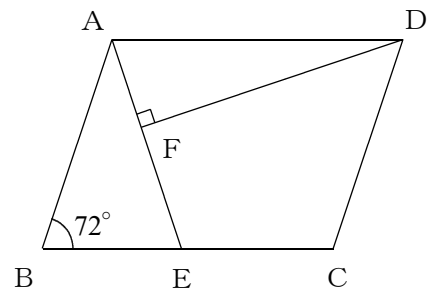
② 右の図の平行四辺形ABCDについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 辺ADの長さを求めなさい。
- (2)  $\angle BCD$ の大きさを求めなさい。
- (3)  $\angle ADB$ の大きさを求めなさい。



③ 右の図の平行四辺形ABCDで、 $AB = AE$ 、 $AE \perp DF$ 、 $\angle B = 72^\circ$  のとき、次の問いに答えなさい。

- (1)  $\angle BAE$ の大きさを求めなさい。
- (2)  $\angle ADF$ の大きさを求めなさい。



1

台形 . . . . . ア, イ, エ, オ, カ, キ, ク

平行四辺形 . . . . . ア, エ, カ, キ, ク

長方形 . . . . . ア, キ, ク

ひし形 . . . . . エ, ク

正方形 . . . . . ク

2

- (1)  $AD = 6 \text{ cm}$                       (2)  $\angle BCD = 106^\circ$                       (3)  $\angle ADB = 32^\circ$

【解説】

(1)  $AD = BC = 6 \text{ cm}$

(2)  $\angle BCD = \angle A = 106^\circ$

(3)  $\angle ADB = 180^\circ - \angle A - \angle ABD$

$$\begin{aligned} \angle ABD &= \angle CDB \text{ (平行線の錯角は等しい)} \\ &= 180^\circ - 106^\circ - 42^\circ = 32^\circ \end{aligned}$$

3

- (1)  $\angle BAE = 36^\circ$                       (2)  $\angle ADF = 18^\circ$

【解説】

(1)  $\angle BAE = 180^\circ - 72^\circ \times 2 = 36^\circ$

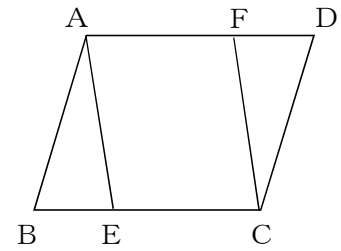
(2)  $\angle DAF = \angle DAB - \angle BAE = (180^\circ - 72^\circ) - 36^\circ = 72^\circ$

$$\begin{aligned} \angle ADF &= 180^\circ - (72^\circ + 90^\circ) \\ &= 18^\circ \end{aligned}$$

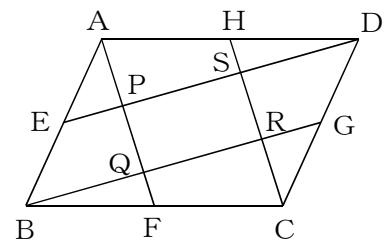
組 番 名前

---

- 1 右の図のような平行四辺形  $ABCD$  の辺  $BC$ ， $AD$  上に， $BE = DF$  となるように点  $E$ ，点  $F$  をとる。このとき，四角形  $AECF$  は平行四辺形であることを証明しなさい。



- 2 右の図のような平行四辺形  $ABCD$  で，辺  $AB$ ， $BC$ ， $CD$ ， $DA$  の中点をそれぞれ  $E$ ， $F$ ， $G$ ， $H$  とする。 $AF$  と  $DE$ ， $BG$  との交点をそれぞれ  $P$ ， $Q$  とし， $CH$  と  $BG$ ， $DE$  との交点をそれぞれ  $R$ ， $S$  とします。このとき，四角形  $PQRS$  は平行四辺形であることを証明しなさい。  
(証明)



数学2 5章 図形の性質と証明 「平行四辺形の性質」 <応用問題・解答>

1

(証明) 平行四辺形の性質より

$$AD \parallel BC \dots \textcircled{1}$$

$$AD = BC \dots \textcircled{2}$$

また、仮定より  $BE = DF \dots \textcircled{3}$

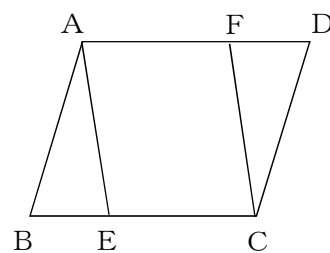
②, ③より  $AF = EC \dots \textcircled{4}$

また、①より  $AF \parallel EC \dots \textcircled{5}$

④, ⑤より,

1組の向かい合う辺が平行で等しいので  
四角形AECFは平行四辺形

\*別解あり



2

(証明) 四角形AFCHにおいて,  
四角形ABCDは平行四辺形であるから,  
 $AD = BC \dots \textcircled{1}$

仮定から,  $AH = \frac{1}{2} AD$ ,  $FC = \frac{1}{2} BC \dots \textcircled{2}$

したがって,  $AH = FC \dots \textcircled{3}$

また,  $AH \parallel FC \dots \textcircled{4}$

③, ④より, 四角形AFCHは平行四辺形だから,

$$PQ \parallel SR \dots \textcircled{5}$$

四角形BGDEにおいて,

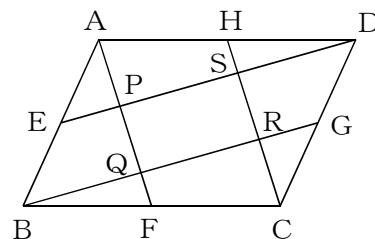
同様にして, 四角形BGDEは平行四辺形だから,

$$QR \parallel PS \dots \textcircled{6}$$

⑤, ⑥より,

2組の向かい合う辺がそれぞれ平行だから, 四角形PQRSは平行四辺形である。

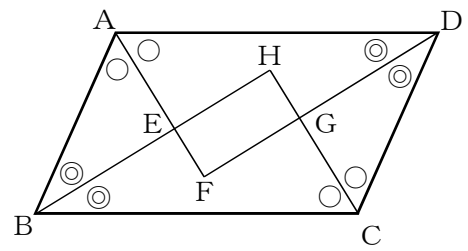
\*別解あり





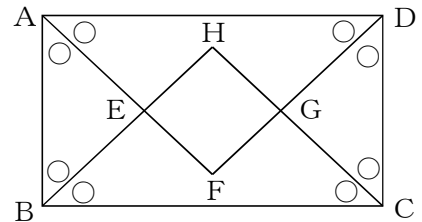
組 番 名前 \_\_\_\_\_

- 1 T先生とSさんは、平行四辺形ABCDの4つの角の二等分線によってできる四角形EFGHがどのような図形になるか考えることにしました。



- このとき、次の問いに答えなさい。
- (1)  $\angle AEB = 90^\circ$  となることを証明しなさい。
- (2) 四角形EFGHはどのような四角形か、もっとも適した名称で答えなさい。

- (3) 条件を変え、右の図のように平行四辺形ABCDを長方形にしたとき、四角形EFGHがどのような図形になるか、T先生とSさんは、下の【会話】のように考えました。



このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 会話が成立するようにア、ウを埋めなさい

【会話】

T先生	平行四辺形のとくときと同様に考えればよいから、四角形EFGHは【ア】だね。
Sさん	それは、わかります。
T先生	これに加えて、 $\triangle AFD$ と $\triangle CHB$ は <u>合同な直角二等辺三角形</u> ですね。
Sさん	そうですね。だから、 $AF=BH=CH=DF$ ということもわかりますね。
T先生	そのとおり。
Sさん	それと、 $\triangle ABE$ と【ウ】も同様に考えれば、 $AE=【エ】$ ですね。
T先生	そうだね。
Sさん	つまり、四角形EFGHは【オ】です。
T先生	どうしてそう言えるの？
Sさん	【カ】
T先生	そうですね。これで確かめられましたね。

- ② 下線部イを証明しなさい。

- ③ エについて、辺AEと長さが等しい辺をすべて答えなさい。

- ④ オを埋めなさい。また、これが正しいことを、カに入るよう説明しなさい。

- (4) 平行四辺形ABCDをひし形に変えたとき、四角形EFGHはどうなるか答えなさい。

数学2 5章 図形の性質と証明 「平行四辺形の性質」 <応用問題②・解答>

1

(1) (証明)

仮定より  $AD \parallel BC$  だから、 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ \dots \textcircled{1}$

また、 $\angle DAB = 2\angle EAB \dots \textcircled{2}$

$\angle ABC = 2\angle EBA \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ ,  $\textcircled{3}$ より、 $2\angle EAB + 2\angle EBA = 180^\circ$

$$\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$$

三角形の内角の和は  $180^\circ$  だから、

$$\angle AEB = 180^\circ - (\angle EAB + \angle EBA) = 90^\circ$$

(2) 長方形

(1) より  $\angle HEF = 90^\circ$   
 同様に考えると、 $\angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$   
 よって、4つの角がすべて等しいから、長方形である。

(3) ① ア・・・長方形 ウ・・・ $\triangle CDG$

② (証明)

$\triangle AFD$  と  $\triangle CHB$  で、

仮定より、 $AD = CB \dots \textcircled{1}$

$$\angle FAD = \angle FDA = \angle HCB = \angle HBC = 45^\circ \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle AFD \equiv \triangle CHB$$

また、 $\textcircled{2}$ より2つの角が等しく、さらに  $\angle AFD = 90^\circ$  となるから、

$\triangle AFD$  は直角二等辺三角形。

よって、 $\triangle AFD$  と  $\triangle CHB$  は合同な直角二等辺三角形である。

③ 辺  $BE$ ,  $CG$ ,  $DG$

④ オ・・・正方形

カ・・・(説明例)

四角形  $EFGH$  は長方形である。

また、 $AF = BH = CH = DF$  ことと  $AE = BE = CG = DG$  より、

$$AF - AE = BH - BE = CH - CG = DF - DG$$

$$\text{よって、} EF = HE = GH = FG$$

ゆえに、長方形の4つの辺の長さがすべて等しくなるから、

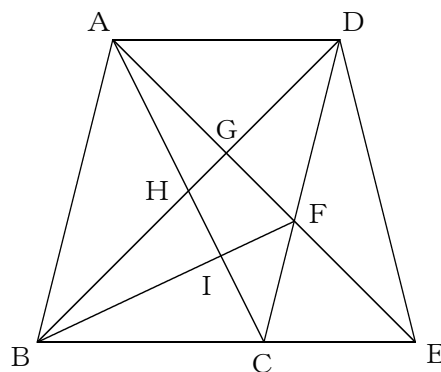
四角形  $EFGH$  は正方形となる。

(4) 四角形はできない

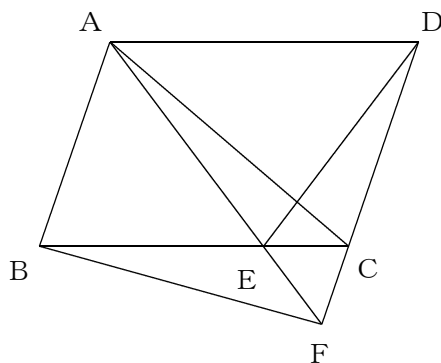
ひし形のそれぞれの角の二等分線は、ひし形の対角線となる。2つの対角線は1点で交わるため、四角形  $EFGH$  はできない。

組 番 名前

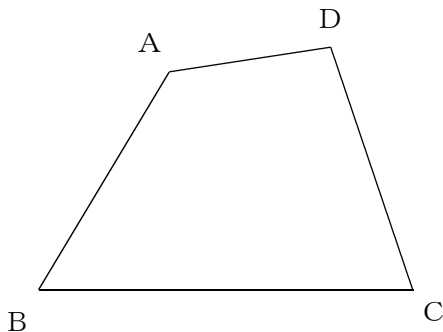
- 1 右の図において、四角形  $ABCD$  は平行四辺形です。  
 このとき、 $\triangle BCF$  と面積が等しい三角形をすべて  
 答えなさい。



- 2 右の図のように、平行四辺形  $ABCD$  の辺  $BC$  上に点  $E$  をとり、 $AE$  の延長と  $DC$  の延長との交点を  $F$  とし、点  $B$  と点  $F$  を結びます。このとき、 $\triangle BFE$  と  $\triangle DEC$  の面積が等しいことを証明しなさい。  
 (証明)



- 3 次の図の四角形  $ABCD$  において、頂点  $A$  を通り四角形  $ABCD$  の面積を二等分する直線を引きなさい。

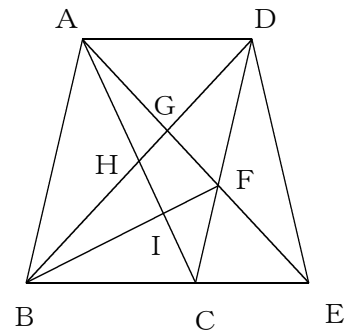


1

$\triangle ACF, \triangle DEF$

【解説】

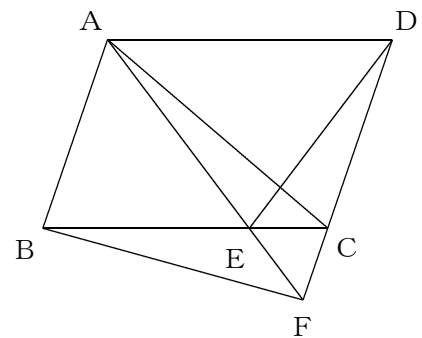
- ①底辺CFが共通でBA // CFだから、 $\triangle ACF = \triangle BCF$   
 ②底辺CEが共通でAD // CEだから、 $\triangle ACE = \triangle DCE$   
 $\triangle CEF$ が共通なので、 $\triangle ACF = \triangle DEF$



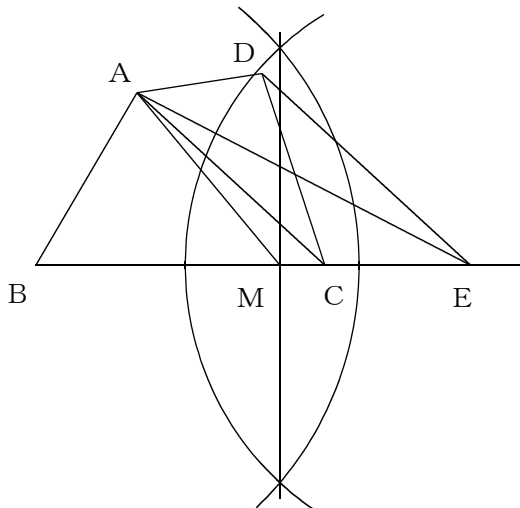
2

(証明)

- 底辺FCが共通でAB // CFだから、  
 $\triangle BFC = \triangle AFC$   
 $\triangle BFE = \triangle BFC - \triangle EFC$   
 $\triangle AEC = \triangle AFC - \triangle EFC$   
 したがって、 $\triangle BFE = \triangle AEC$  ..... ①  
 底辺ECが共通でAD // ECだから、  
 $\triangle AEC = \triangle DEC$  ..... ②  
 ①, ②より、 $\triangle BFE = \triangle DEC$



3



- ①点Aと点Cを結ぶ。点DからACに平行な直線  
 を引き、BCの延長との交点をEとする。  
 ②BEの垂直二等分線を引き、BEの中点Mを求  
 める。  
 ③点Aと点Mを結ぶ。

【解説】

- $\triangle DAC$ と $\triangle EAC$ において、  
 底辺ACが共通でDE // ACだから、 $\triangle DAC = \triangle EAC$   
 したがって、四角形ABCD =  $\triangle ABE$
- MはBEの中点だから、AMは $\triangle ABE$ を二等分する。ゆえに、四角形ABCDを二等分する。